

# INVILUPPI DI RETTE E LORO EQUAZIONI

Alessandro Lenzi

Museo di Storia Naturale di Rosignano Solvay  
Via Monte alla Rena 41 – 43, 57016 Rosignano Solvay (LI)  
[alessandro.lenzi.esc@gmail.com](mailto:alessandro.lenzi.esc@gmail.com)

## Premessa

Con il termine involuppo si intende quel tipo di disegno che si può ottenere tracciando segmenti successivi che congiungono coppie di punti del piano che presentino particolari simmetrie. Il caso più semplice e che è fra i più noti perché utilizzato spesso come disegno-gioco nelle scuole elementari è il così detto involuppo di rette congiunte su due assi perpendicolari come quello riportato in figura 1. Nella presente nota riportiamo alcune caratteristiche curiose e divertenti delle rette che costituiscono i vari segmenti dell'involuppo. Questo nella speranza di descrivere matematicamente questo divertente disegno e suscitare nei più curiosi il desiderio di imparare ed estendere la descrizione geometrica e matematica non solo di questo tipo semplificati ma anche di quelli più complessi che talvolta si possono disegnare.

## Descrizione dell'algoritmo e caratteristiche matematiche

Le rette che generano l'involuppo sono tracciate a partire da un punto sull'asse  $y$  (indicato con  $N$ ) sino ad intercettare l'asse  $x$  nel punto 1.

### Inviluppi di segmenti di retta $N=10$

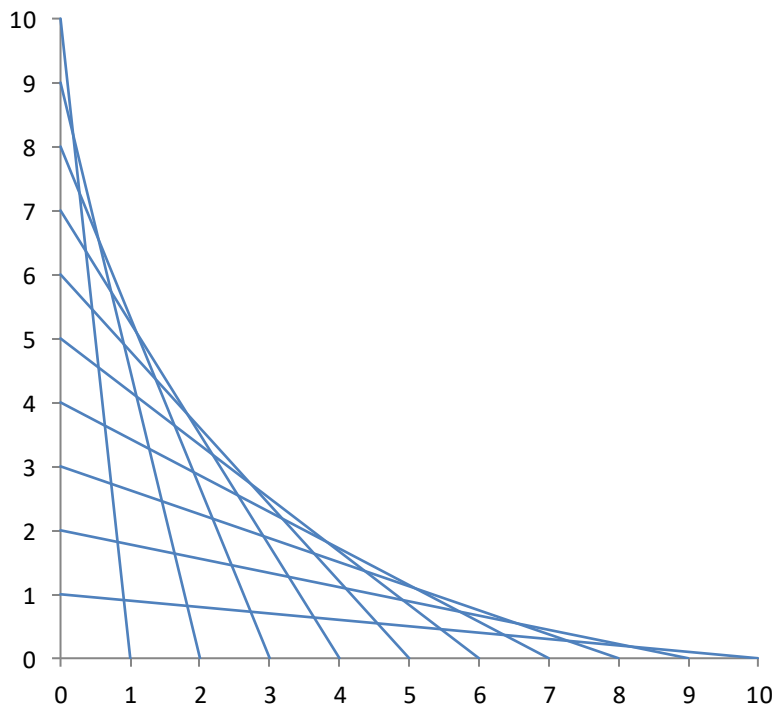


Fig.1: involuppi di segmenti di retta su due assi perpendicolari ( $N=10$ )

La retta successiva parte dal punto N-1 ed intercetta l'asse x nel punto 2 e così via per la retta che parte dal punto N-j ed intercetta l'asse x nel punto j+1. I punti di intersezione sugli assi hanno la seguente corrispondenza:

$$N \rightarrow 1, N-1 \rightarrow 2, N-3 \rightarrow 4, N-j \rightarrow j+1, \dots, 1 \rightarrow N$$

$$j = 0, 1, \dots, N - 1$$

I segmenti delle rette sopra riportate seguono l'equazione:

$$y_j(x) = -\frac{N-j}{1+j}x + N-j$$

Le lunghezze dei segmenti congiungenti gli assi seguono l'equazione:

$$L = \sqrt{(N-j)^2 + (j+1)^2}$$

I segmenti di minima lunghezza corrispondono a:

$$J_{max} = \frac{N-1}{2} \text{ per } N \text{ dispari}$$

Nel caso di N pari si hanno due rette di massima lunghezza nei punti:

$$J_{max} = \frac{N}{2} - 1 ; \frac{N}{2}$$

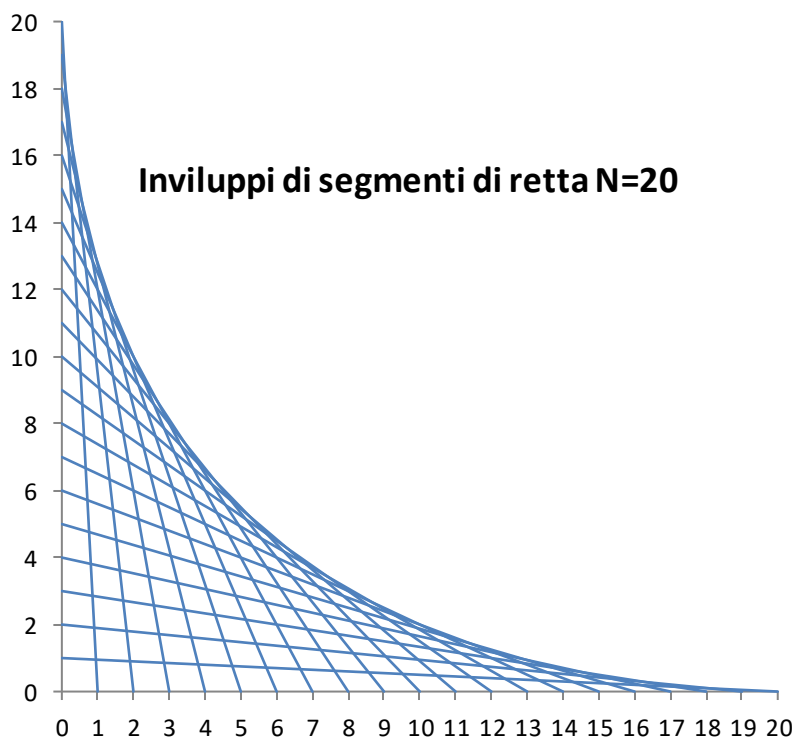


Fig.2: inviluppi di segmenti di retta su due assi perpendicolari (N=20)